Federpendel

$$F = -c\,x \quad \text{(Hookesches Gesetz)}$$
$$= m\,a \quad \text{(Newton)}$$
$$= m\,\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + c x = 0$$
$$\ddot{x} + \frac{c}{m} x = 0$$

Lösung:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$
$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

Anfangsbedingungen:

Fall 1: $x_0 \neq 0$, $v_0 = 0$

$$\Rightarrow \quad A = x_0, \quad \varphi = 0$$
$$\Rightarrow \quad x(t) = x_0 \cos(\omega t)$$

Fall 2: $x_0 = 0$, $v_0 \neq 0$ $(v_0 > 0)$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{v_0}{\omega}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$
$$\Rightarrow \quad x(t) = \frac{v_0}{\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t)$$

Allgemeiner Fall: $x_0 \neq 0$, $v_0 \neq 0$

$$x(t) = x_0\cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t)$$

Senkrechtes Federpendel

Gleichgewichts-Auslenkung

$$x_g = \frac{mg}{c} = \frac{g}{\omega^2}$$

Energiebilanz beim ausgelenkten Federpendel

$x(t) = x_0 \cos(\omega t) \Rightarrow v(t) = -x_0 \omega \sin(\omega t)$

Potenzielle Energie (nur elastisch!)

$$E_{pot} = \frac{1}{2} c x^2 = \frac{1}{2} c x_0^2 \cos^2(\omega t)$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m x_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t)$$

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2} c x_0^2 \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m x_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2} x_0^2 \left(c \cos^2(\omega t) + m \underbrace{\omega^2}_{=c/m} \sin^2(\omega t) \right)$$

$$= \frac{1}{2} c x_0^2 \underbrace{\left(\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t) \right)}_{1}$$

$$= \frac{1}{2} c x_0^2 = E_0$$