

A-Stabilitätsgebiet eines Solv

Diskrete $\dot{y} = \lambda y$, Solver mit Schrittweite h

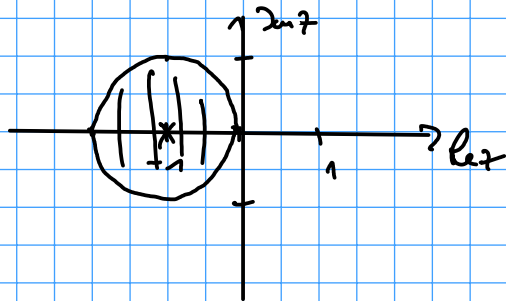
Bereich von $h\lambda =: z$, in dem die Lösung nicht ansteigt

$$q := \frac{|y((n+1)h)|}{|y(nh)|} \leq 1$$

Dsp Euler $q = |1+h\lambda| = |1+z| \leq 1$

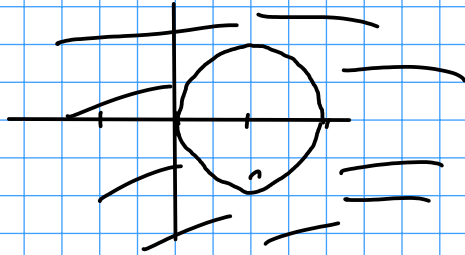
Dsp Heun $q = \left|1+z + \frac{1}{2}z^2\right| \leq 1$

Berechnen auch λ komplex, z.B. $\lambda = i\omega \Rightarrow y(t) = y_0 e^{i\omega t} = y_0 (\cos t + i \sin t)$



Implizite Solver

- impliziter Euler $\frac{1}{|1-z|} \leq 1 \Leftrightarrow |1-z| \geq 1$



$$y(t+h) - y(t) = h f(t+h, y(t+h))$$

Trapez-Verfahren

$$\dot{y} = f(t, y(t))$$

$$\int_t^{t+h} dt$$

$$y(t+h) - y(t) = \int_t^{t+h} dt' f(t', y(t')) \stackrel{\text{Trapezregel}}{\approx}$$

$$\frac{h}{2} (f(t, y(t)) + f(t+h, y(t+h)))$$

$$O(h^2)$$

A-Stabilitätsgebiet:

$$\Re(z) < 0$$

optimal!